......0
= -16 S sin²(t) dt
.....Pi/2

.....Pi/2
= 16 S sin²(t) dt
.....0

Wo kommt hier plötzlich der Faktor -16 vor dem Integralzeichen her? Und wieso wird er plötzlich, rechts, zu + 16?

Die Antwort ist hier sehr einfach. Den Faktor -16 hatten wir ja schon im Teil 1 erhalten. Die Änderung des Vorzeichens erfolgt, weil wir die Grenzen des Integrals vertauscht haben:

$-\int_a^b f(t)dt = \int_b^a f(t)dt$ ist immer richtig, wenn man das Integral überhaupt bilden kann.

.....Pi/2
= 16 S (1-cos2t)/2 dt =
.....0

In dieser Rechnung steckt eine Variante der Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen.

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

Ersetzen wir α durch t und lösen wir nach sin² t auf, so ergibt sich
cos (2t) = 1 – 2 sin²t
2 sin²t = 1 – cos (2t)
sin²t = (1 – cos (2t))/2

Das bedeutet für unser Integral

$$16\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t\,dt = 16\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\cos(2t)}{2}\,dt$$

Den Faktor ½ kann man vor das Integral ziehen und es ergibt sich

$$8\int_0^{\frac{\pi}{2}} 1-\cos(2t)\,dt$$

Ahhh - heißt das, dass das Halbieren von (1-cos2t) auch den Faktor vor dem Integralzeichen halbiert? Wenn ja, warum denn? Und wie konnte der Ausdruck aus der vorangegangenen Gleichung überhaupt entstehen?

Bis hierhin alles klar? Teil 3 folgt dann später.