fest sei die Oberfläche O, die Seiten a, b

sind so zu bestimmen sind, daß das Volumen

$V(a,b)$ extremal (maximal) wird.

$O = 2(a\,b + a\,c + b\,c)$, $c = \frac{O - 2a\,b}{2(a+b)}$

$V(a,b) = a\,b\,c = \frac{a\,b(O - 2a\,b)}{2(a+b)} = \frac{a\,b\,O - 2a^2b^2}{2(a+b)}$

$\frac{\partial V}{\partial a} = \frac{1}{2(a+b)^2}\big((O\,b - 4a\,b^2)(a+b) - a\,b(O - 2a\,b)\big)$

$= \frac{b}{2(a+b)^2}((O - 4a\,b)(a+b) - a(O - 2a\,b))$

$= \frac{b}{2(a+b)^2}(O\,b - 4a^2b - 4a\,b^2 + 2a^2b)$

(1) $\frac{\partial V}{\partial a} = \frac{b^2}{2(a+b)^2}(O - 2a^2 - 4a\,b) = 0$

(2) $\frac{\partial V}{\partial a} = \frac{a^2}{2(a+b)^2}(O - 2b^2 - 4a\,b) = 0$

$0 = O - 2a^2 - 4a\,b = O - 2b^2 - 4a\,b = 0$

$\Longrightarrow a = b$; $c = \frac{O - 2a^2}{4a}$, nun noch Extremum,

abhängig von a

$V(a) = a^2c = \frac{1}{4}(a\,O - 2a^3)$

$\frac{\partial V}{\partial a} = \frac{1}{4}(O - 6a^2) = 0$; $\boxed{a = \sqrt{\frac{O}{6}}}$ also Würfel.