zu zeigen: $\exists n \in \mathbb{N} : \alpha^n = 1$

Es genügt zu zeigen: $\forall v \in V \exists p_v : v\alpha^{p_v} = v$, denn dann ist offensichtlich das gesuchte $n = kgV\{p_v | v \in V\}$

Annahme: $\exists v \in V \forall a_v \in \mathbb{N} : v\alpha^{a_v} \neq v$
Sei $v_1 \in V$ Setze $k := |V|$ (V endlich, da K endlich)

Betrachte:

$v_1\alpha =: v_2 \neq v_1$

$v_2\alpha =: v_3 \neq v_2 \wedge v_3 \neq v_1$ (denn $v_1\alpha^2 = v_3$)
.
.
.
da $\alpha$ bijektiv gilt jedoch $v_k\alpha \in V$. Widerspruch zur Annahme.

Somit gilt: $\forall v \in V \exists p_v : v\alpha^{p_v} = v$
Setze $n = kgV\{p_v | v \in V\}$ Dann gilt: $\alpha^n = 1$