

nach Def. des Logarithmus gilt $x = a^{\lg_a x} = b^{\lg_b x}$

die Basis b kann aber auch $b = a^{\lg_a b}$ geschrieben werden,

das, in die 1. Zeile eingesetzt, gibt also

$$a^{\lg_a x} = (a^{\lg_a b})^{\lg_b x} = a^{(\lg_a b) * \lg_b x}$$

da nun beide Seiten Potenzen zur Basis a sind

muessen die Exponenten gleich sein also

$$\lg_a x = (\lg_a b) * \lg_b x \Rightarrow \boxed{\lg_b x = \frac{\lg_a x}{\lg_a b}}$$